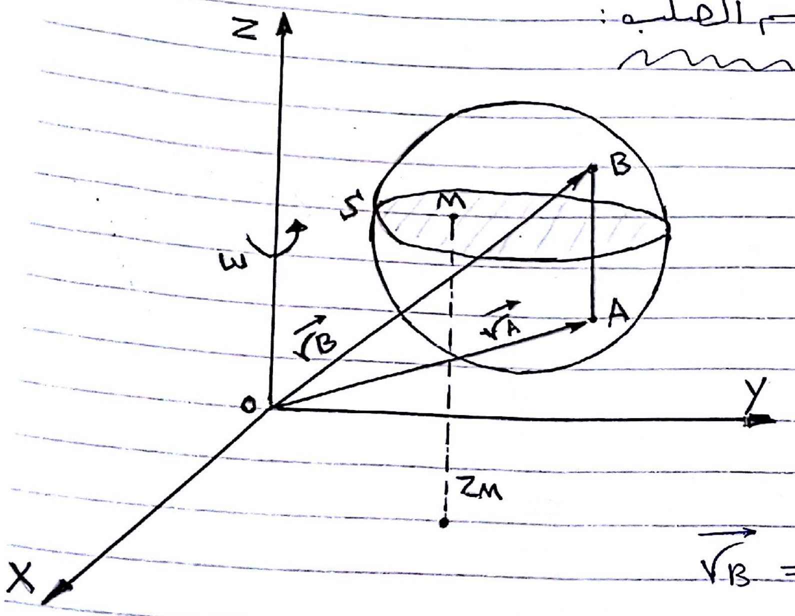
* الحركة المستوية العامة للجسم الصلب:



يقال عن حركة جسم أنها مستوية إذا بقيت المسافة بين كل جسيم من الجسم ومستوي مفروض ثابتة لا تتغير خلال مدة الحركة وترسم جميع جسيمات الجسم مسارات توازي المستوي المفروض oXY.

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{AB}$$

السرعة:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \frac{d\vec{AB}}{dt} \quad (=0)$$

$$\Rightarrow \vec{v}_B = \vec{v}_A$$

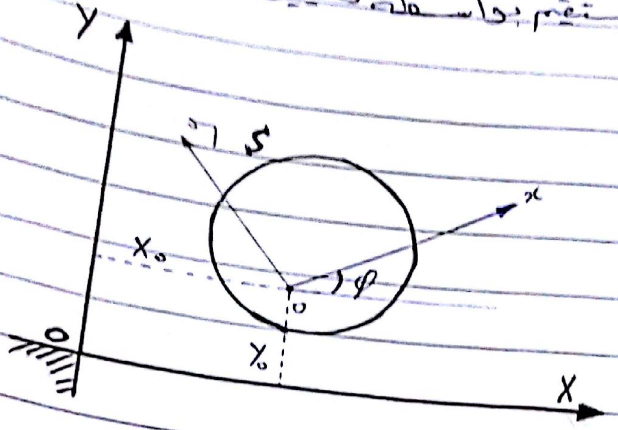
التسارع:

$$\Rightarrow \vec{a}_B = \vec{a}_A$$

- نستنتج أن كل النقاط الواقعة على AB لها نفس السرعة والتسارع.
لذلك نكتفي بدراسة مقطع عرضي S موازي للمستوي oXY

Scanned by CamScanner

• معادلات الحركة المستوية: لتعيين موضع أي جسيم منه يكفي تعيين موضع المقطع S وتعيين موضع مستقيم منه ox ويتحدد موضع هذا المستقيم بواسطة تعيين نقطة منه والزاوية φ.



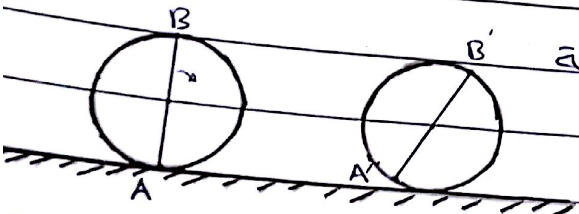
- يحدد موضع النقطة O بإحداثياتها (X_0, Y_0) وتدعى بالقطب وتحدد الزاوية φ بالزاوية المحصورة بين OX و ox.

$$\begin{cases} X_0 = f_1(t) \\ Y_0 = f_2(t) \\ \varphi = f_3(t) \end{cases}$$

معادلات الحركة المستوية العامة

* عندما $\varphi = const \Leftarrow$ الحركة انسحابية
* عندما $X_0 = const$ و $Y_0 = const \Leftarrow$ الحركة دورانية
* نتيجة: الحركة المستوية هي مجموع حركتين، حركة انسحابية للقطب وحركة دورانية حول القطب.

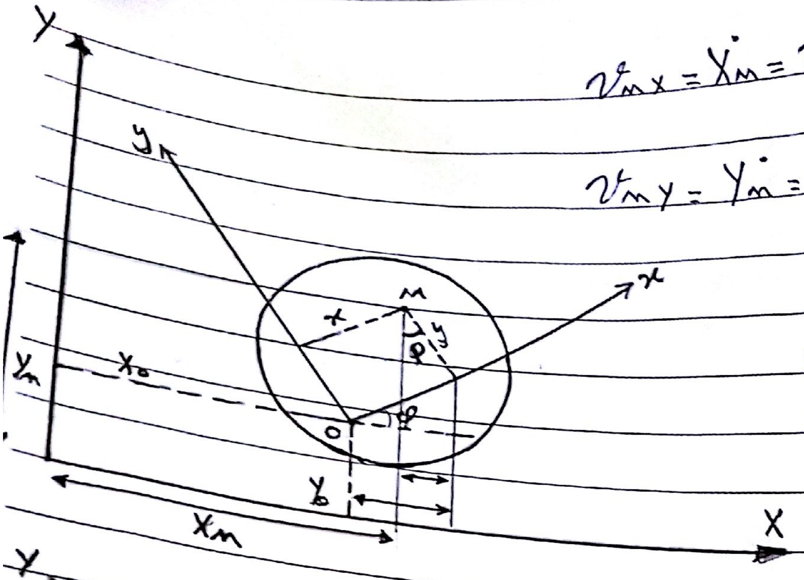
- مثال: حركة القرص هي حركة مستوية



• إيجاد السرعة والتسارع بدلالة الإحداثيات الديكارتية:

$$X_M = X_0 + x\cos\varphi - y\sin\varphi$$

$$Y_M = Y_0 + x\sin\varphi + y\cos\varphi$$



$$v_{mx} = \dot{X}_m = v_{ox} - x\dot{\varphi}\sin\varphi - y\dot{\varphi}\cos\varphi$$

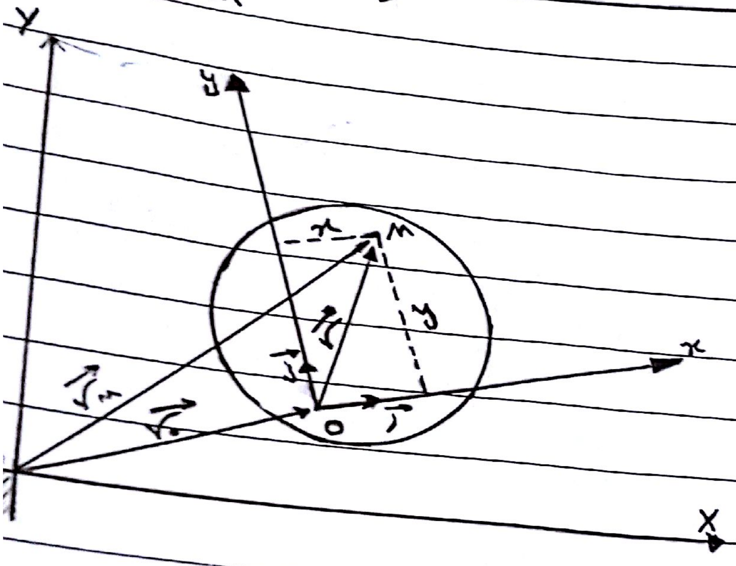
$$v_{my} = \dot{Y}_m = v_{oy} - x\dot{\varphi}\cos\varphi - y\dot{\varphi}\sin\varphi$$

$$v_m = \sqrt{v_{mx}^2 + v_{my}^2}$$

$$a_{mx} = \ddot{X}_m = \dot{v}_{mx}$$

$$a_{my} = \ddot{Y}_m = \dot{v}_{my}$$

$$a_m = \sqrt{a_{mx}^2 + a_{my}^2}$$



- طريقة المتجهات:

السرعة:

$$\vec{r}_m = \vec{r}_o + \vec{r} = \vec{r}_o + (x\vec{i} + y\vec{j})$$

$$\vec{V}_m = \vec{V}_o + \frac{d(x\vec{i} + y\vec{j})}{dt}$$

ملاحظة:

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \dot{\theta}\vec{j} = w\vec{j} = \vec{w} \times \vec{i}$$

$$\frac{d\vec{j}}{dt} = -\dot{\theta}\vec{i} = -w\vec{i} = \vec{w} \times \vec{j}$$

$$\vec{V}_m = \vec{V}_o + \dot{X}\vec{i} + \dot{Y}\vec{j} + X\vec{w}\times\vec{i} + y\vec{w}\times\vec{j}$$

(the terms $\dot{X}\vec{i}$ and $\dot{Y}\vec{j}$ are crossed out, marked 0)

$$\vec{V}_m = \vec{V}_o + \vec{w} \times (X\vec{i} + y\vec{j})$$

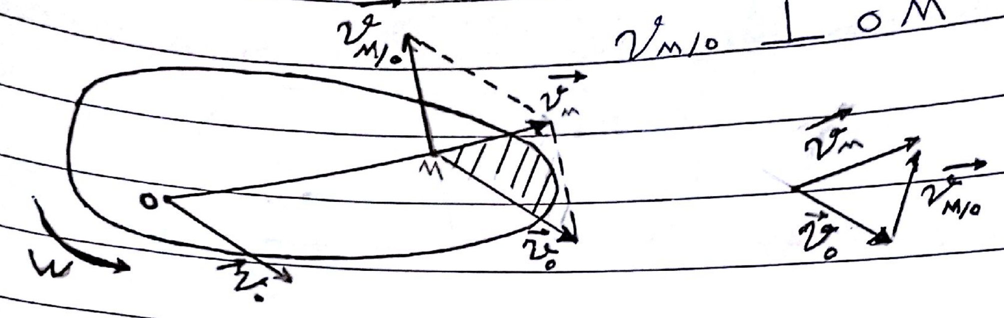
$$\vec{V}_m = \vec{V}_o + \vec{w} \times \vec{r}$$

Scanned by CamScanner

$$\vec{V_M} = \vec{V_o} + \vec{V_{M/o}}$$

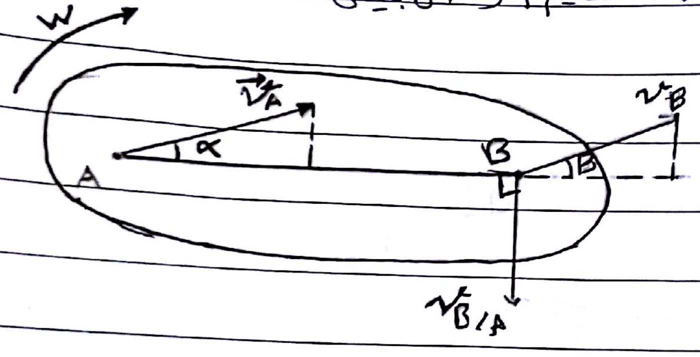
$$v_{M/o} = w \cdot \overline{OM}$$

$$v_{M/o} \perp OM$$



★ نظرية:

إن مسقطا سرعتي نقطتين على المستقيم الواصل بينهما متساويين.



$$v_B \cos\beta = v_A \cos\alpha$$

- نعتبر A القطب:

$$\vec{v_B} = \vec{v_A} + \vec{v_{B/A}}$$

نسقط العلاقة على AB:

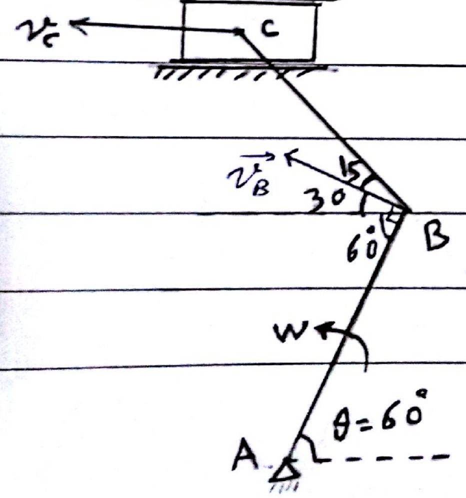
$$v_B \cos\beta = v_A \cos\alpha + 0$$

- ولو أخذنا أي نقطة أخرى (D) لها زاوية (X) فإنها تحقق النظرية

• مسألة:

CB = 125 mm , AB = 300 mm

أوجد سرعة وتسارع الجسم المنزلق C في اللحظة التي تكون فيها $\theta = 60°$ وإذا علمت أن العمود AB يدور بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $w = 4 \frac{rad}{s}$ بعكس عقارب الساعة.



Scanned by CamScanner

الحل :

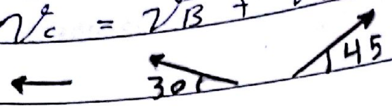
نلاحظ أن الـ AB حركته دورانية أما الـ CD حركته مستوية

$v_B = w \cdot AB = 4 \times 300$

$\Rightarrow v_B = 1200\ mm/s = 120\ cm/s$

نعتبر B هو القطب :

$\vec{v_C} = \vec{v_B} + \vec{v_{C/B}}$



نسقط على Y :

$0 = v_B \sin 30 + v_{C/B} \sin 45$

$v_{C/B} = \dfrac{-120 \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{-120}{\sqrt{2}}\ cm/s$

$v_{C/B} = w_{CB} \cdot \overline{CB}$

$w_{CB} = \dfrac{120/\sqrt{2}}{12,5} = 6,7\ rad/s$

نسقط على X :

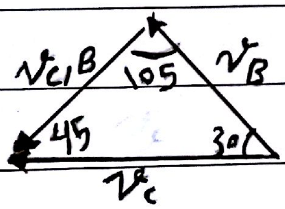
$v_C = v_B \cos 30 - v_{C/B} \cos 45$

$v_C = 120 \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{120}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$v_C = 60\sqrt{3} + 60 = 60 \times 2,73$

$= 163,9\ cm/s$

أو : باستخدام مثلث السرعة :



$\dfrac{v_C}{\sin 105} = \dfrac{v_B}{\sin 45} = \dfrac{v_{C/B}}{\sin 30}$

أو : باستخدام التحليلية :

$v_C \cos 45 = v_B \cos 15$

$v_C = \dfrac{120 \cos 15}{\cos 45} = 163,9\ cm/s$

Scanned by CamScanner